

12. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 20.01.2005, vor der Übung)

Aufgabe 1: In der Mensa werden in 20 min. durchschnittlich 10 Studenten bedient.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in 20 min. genau k Studenten bedient werden?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man als 8. Person in der Schlange nach 20 min. immer noch hungrig ist?

Aufgabe 2: Ein Xenobiotikum lagert sich im Fettgewebe ein und wird dort mit einer Rate abgebaut, die proportional zur vorhandenen Menge der Substanz ist.

- Zum Zeitpunkt $t = 0$ (Zeiteinheit: Stunden) wird das Gewebe mit einer gewissen Menge des Xenobiotikums kontaminiert. Anschließend findet der Abbau im Gewebe statt. Eine Messung liefert folgende Werte für die Gesamtmasse m des Xenobiotikums:

$$m(5) = 0,2987, m(40) = 0,2882$$

(Einheit: Gramm).

Bestimmen Sie die Funktion $m(t)$, welche die Masse des Xenobiotikums als Funktion der Zeit beschreibt. Wie groß war die Masse zu Beginn, d.h. zum Zeitpunkt $t = 0$? Ab welchem Zeitpunkt ist weniger als ein Milligramm des Xenobiotikums im Gewebe vorhanden?

- Nun wird das Xenobiotikum gleichmäßig mit einer Rate von $0,1\text{g/h}$ zugeführt. Welcher Gleichung genügt die Masse $m(t)$ in diesem Fall? Berechnen Sie $m(100)$ und $m(200)$. Überschreitet $m(t)$ den Wert von 30g ? (Tipp: Benutzen Sie die bereits bekannten Informationen aus Teil a!).

c*) Unter den Bedingungen aus Teil a) hat man zusätzlich noch folgende Meßwerte zur Verfügung:

$$m(60) = 0,2808; m(120) = 0,2677$$

Wie gehen Sie vor, um die Abbaurate möglichst gut zu bestimmen?

Aufgabe 3: Gegeben sei eine Funktion f . Untersuchen Sie die Funktion hinsichtlich folgender Gesichtspunkte:

- Definitionsbereich
- Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches (auch $\pm\infty$)
- Nullstellen
- lokale Extrema
- Monotoniebereiche

- Skizze

a) $f(x) = \frac{\ln x - 2}{x}$

b) $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{4} + 1\right)$

Aufgabe 4: Berechnen Sie $f'(x)$!

a) $f(x) = x^x$

b) $f(x) = \sqrt[x]{x}$

Hinweis: Benutzen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}^{>0}$ gilt: $x = e^{\ln x}$.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Für den radioaktiven Zerfall einer Substanz liegen folgende Meßwerte vor:

$$m(0) = 14 \text{ und } m(8) = 11,$$

(Masseneinheit Gramm, Zeiteinheit Minute).

- Bestimmen Sie die Zerfallskonstante.
- Berechnen Sie $m(80)$.
- Ab welchem Zeitpunkt t ist die Masse der Substanz kleiner als 2mg?

Aufgabe 2: Gegeben sei eine Funktion f . Untersuchen Sie die Funktion hinsichtlich folgender Gesichtspunkte:

- Definitionsbereich
- Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches (auch $\pm\infty$)
- Nullstellen
- lokale Extrema
- Monotoniebereiche
- Skizze

a) $f(x) = x \cdot \ln x$

b) $f(x) = \frac{1}{\ln x}$