

## 7. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 02.12.2004, vor der Übung)

### Hausaufgaben

#### **Aufgabe 1:**

a) Gegeben seien die Punkte  $P$  und  $Q$  mit den Koordinaten  $P(-1|-3)$  bzw.  $Q(4|17)$ . Bestimmen Sie die zugehörige lineare Funktion  $f$  mit  $f(x) = mx + b$ .

b) Gegeben seien die Punkte  $R$  und  $S$  mit den Koordinaten  $R(4|2, 8)$  bzw.  $Q(6|5, 6)$ . Bestimmen Sie die zugehörige Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(x) = c \cdot a^x$ .

**Aufgabe 2:** Eine Enzymeinheit setzt unter Standardbedingungen ein Mikromol Substrat pro Minute um. Wieviele Einheiten sind nötig, um 2,7 Millimol Substrat in 15 Minuten umzusetzen?

**Aufgabe 3:** Bestimmen Sie jeweils die Nullstellen der folgenden Funktionen.

a)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$       b)  $f(x) = x(x^2 - 4)$   
c)  $f(x) = x^4 + 4x^2 + 4$

**Aufgabe 4:** Zeigen Sie, dass bei jeder Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(x) = c \cdot a^x$  (mit reellen Konstanten  $c \neq 0, a > 0$ ) für alle  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt:  $f(x + y) = \frac{1}{f(0)} \cdot f(x) \cdot f(y)$ .

### Präsenzaufgaben

#### **Aufgabe 1:**

a) Gegeben seien die Punkte  $P$  und  $Q$  mit den Koordinaten  $P(4|9)$  bzw.  $Q(3|3)$ . Bestimmen Sie die zugehörige lineare Funktion  $f$  mit  $f(x) = mx + b$ .

b) Gegeben seien die Punkte  $R$  und  $S$  mit den Koordinaten  $R(6, 2|-1)$  bzw.  $Q(-3|7)$ . Bestimmen Sie die zugehörige Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(x) = c \cdot a^x$ .

**Aufgabe 2:** Bestimmen Sie jeweils die Nullstellen der folgenden Funktionen.

a)  $f(x) = x^4 - x^2 - 12$       b)  $f(x) = x^4 - 4x^3 - 13x^2 + 4x + 12$   
c)  $f(x) = 9x^2 - 81$

**Aufgabe 3:** Zeigen Sie, dass bei jeder Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(x) = c \cdot a^x$  (wobei  $c, a$  positive reelle Konstanten sind) für alle  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt:  $f(\frac{x+y}{2}) = \sqrt{f(x) \cdot f(y)}$ .

## Lösungen zu den Testaufgaben

### Aufgabe 1:

1.Fall:  $2x + 1 \geq 0 \wedge x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$

Dann gilt:  $2x + 1 + x - 2 < 4 \Leftrightarrow x < \frac{5}{3}$

Dann ist:  $L_1 = \{\}$ .

2.Fall:  $2x + 1 \geq 0 \wedge x - 2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x < 2$

Dann gilt:  $2x + 1 - x + 2 < 4 \Leftrightarrow x < 1$

Dann ist:  $L_2 = \{x \mid -\frac{1}{2} \leq x < 1\}$ .

3.Fall:  $2x + 1 < 0 \wedge x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow L = \{\}$

Dann ist:  $L_3 = \{\}$ .

4.Fall:  $2x + 1 < 0 \wedge x - 2 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$

Dann gilt:  $-2x - 1 - x + 2 < 4 \Leftrightarrow x > -1$

Dann ist:  $L_4 = \{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2}\}$ .

Insgesamt gilt:  $L = \{x \mid -1 < x < 1\}$ .

### Aufgabe 2:

Es gilt:  $2x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{3} = x(\frac{1}{2} - x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9} = 0$

Dann folgt (beispielsweise mit der pq-Formel):  $x_1 = -\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{5}{36}}, x_2 = -\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{5}{36}}$ .

### Aufgabe 3:

Es ergibt sich:  $L = \{(-32|27)\}$ .

### Aufgabe 4:

Es gibt  $\binom{30}{4} = \frac{30!}{4!26!} = \frac{27 \cdot 28 \cdot 29 \cdot 30}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 27405$  Möglichkeiten.

### Aufgabe 5:

Mit Hilfe der Binomialverteilung ergibt sich die Wahrscheinlichkeit zu  $\binom{4}{2}(\frac{1}{4})^2(\frac{3}{4})^2 = \frac{27}{128} \approx 0,21$ .