

6. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 27.11.2003, vor der Übung)

Aufgabe 1: Bekanntlich ist die geometrische Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} q^k$ konvergent für $|q| < 1$ mit

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q}.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe der geometrischen Reihe für folgende Zahlen eine Darstellung als gewöhnlicher Bruch:

a)* $0, \overline{7}$, b) $0, \overline{42}$, c)* $0, \overline{122}$, d) $0, \overline{25}$, e)* $0, \overline{16}$.

Aufgabe 2: Untersuchen Sie die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert. Dabei ist

a) $a_k = \frac{1}{2}$, b) $a_k = \left(\frac{1}{2}\right)^k$, c) $a_k = 3^k$, d)* $a_k = \frac{1}{4k}$,
 e)* $a_k = \frac{2^k}{3}$, f)* $a_k = \left(\frac{2}{3}\right)^k$, g) $a_k = \left(\frac{99}{100}\right)^k$, h)* $a_k = (-1)^k \frac{4}{3^{k-2}}$.

Aufgabe 3: Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergent sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

a)* $\sum_{k=1}^{\infty} (\sqrt{k} - \sqrt{k-1})$, b) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2} \right)$, c)* $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k+4} - \frac{1}{k+5} \right)$,

d)* $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$.

Aufgabe 4: Untersuchen Sie die folgenden Reihen $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ auf Konvergenz! Dabei ist

a)* $a_k = \frac{3(-1)^k}{\sqrt{k^2+1}}$, b) $a_k = \sqrt[k]{k}$, c)* $a_k = (-1)^k \frac{k}{k+1}$, d) $a_k = \frac{2k+1}{4k(k+3)(k+2)}$,

e)* $a_k = \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k$, f)* $a_k = \frac{k+1}{k^3-3k-2}$, g) $a_k = \frac{1}{\sqrt[4]{k^5-3-k}}$, h) $a_k = \frac{(-1)^k}{3+\sqrt{k}}$.

Aufgabe 5: Gegeben seien die Punkte $P(2/4)$ und $Q(6/9)$.

- a) Bestimmen Sie die zugehörige Geradengleichung.
- b) Welche Steigung hat die Gerade, und wo schneidet sie die y-Achse?
- c) Zeichnen Sie die Gerade in ein Koordinatensystem ein.
- d) Eine weitere Gerade geht durch die Punkte $R(2/1)$ und $S(4/ - 2)$. Bestimmen Sie die zugehörige Geradengleichung und zeichnen Sie die Gerade ebenfalls in das Koordinatensystem ein.
- e) Ermitteln Sie zeichnerisch und rechnerisch den Schnittpunkt der beiden Geraden.

Aufgabe 6: In einer Untersuchung wurde bei Höhenfleckvieh die durchschnittliche wöchentliche Milchleistung ermittelt. Dabei ergab sich im Alter von drei Jahren eine Milchleistung von $64,5 \text{ l}$ und im Alter von sieben Jahren eine durchschnittliche wöchentliche Milchleistung von $72,2 \text{ l}$. Die Funktion $Alter \mapsto Milchleistung$ kann für Alterswerte zwischen drei und acht Jahren als linear angenommen werden.

- a) Stellen Sie die zugehörige Funktionsgleichung auf.
- b) Bestimmen Sie die durchschnittliche Milchleistung eines Tieres im Alter von fünf Jahren.
- c) In welchem Alter beträgt die Milchleistung 70 l ?