Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. F. Fehér

Aachen, den 26.6.2006

6. Übung zur Theorie der Rieszräume

Abgabe Mo. 10.7.2006

Aufgabe 1: Man zeige: Der Raum $C[0,1]$ mit der punktweisen $\leq$-Relation ist archimedisch, aber nicht Dedekind-vollständig.

Aufgabe 2: Man zeige : Der Raum $\mathcal{M}(\mathbb{R})$ aller Lebesgue-meßbaren Funktionen auf $\mathbb{R}$ mit der punktweisen $\leq$-Relation

$$f \leq g :\Longleftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq g(x)$$

ist archimedisch, aber nicht Dedekind-vollständig.
Tipp: Man benutze die Existenz nicht-meßbarer Mengen in $\mathbb{R}$.

Aufgabe 3: Es seien U_1 und U_2 Bänder in einem Dedekind-vollständigen Rieszraum L und $U_1 \perp U_2$. Man zeige, dass dann $U_1 \oplus U_2$ ein Band in L ist.

Aufgabe 4: Ein Rieszraum L hat die "Projektionseigenschaft", wenn für jedes Band $U \subset L$ gilt

$$L = U \oplus U^d,$$

d.h. jedes Band in L ist komplementierbar.
Man beweise:

(a) Jeder Rieszraum mit Projektionseigenschaft ist archimedisch.

(b) Der Raum $C[0,1]$ hat nicht die Projektionseigenschaft.