Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. S. Walcher
Daniela Dossing

9. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 16.1.2003, vor der Übung)

Hausaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \mid x^2 - 1 \mid + \frac{1}{2}x^2$.
a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f.
b) Untersuchen Sie die Funktion auf Monotoniebereiche und lokale Extrema.

Aufgabe 2: Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2$.
a) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graph von f im Punkt $P(2 \mid f(2))$.
b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens eine Approximation für $\sqrt[3]{2}$. Wählen Sie hierfür als Startwert $x_0 = 2$ und führen Sie das Verfahren so lange fort, bis sich der Wert der 3. Nachkommastelle nicht mehr ändert.

Aufgabe 3: Gegeben sei eine Funktion f. Untersuchen Sie die Funktion hinsichtlich folgender Gesichtspunkte:

- Definitionsbereich
- Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches (auch $\pm\infty$)
- Nullstellen
- lokale Extrema
- Monotoniebereiche
- Skizze

a) $f(x) = x \cdot e^x$ b) $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$

c) $f(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{-x}$

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben sei die Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & : \quad x \le 2 \\ x^3 - 8 & : \quad x \ge 2 \end{cases}$$

a) Untersuchen Sie die Funktion auf Differenzierbarkeit.
b) Bestimmen Sie die Monotoniebereiche und ggf. die lokalen Extrema von f.

Aufgabe 2: Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2$. Verfahren Sie wie in Aufgabe 2 der Hausaufgaben mit $x_0 = 0,7$.

Aufgabe 3: Gegeben sei eine Funktion f. Untersuchen Sie die Funktion hinsichtlich folgender Gesichtspunkte:

- Definitionsbereich

- Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches (auch $\pm\infty$)
- Nullstellen
- lokale Extrema
- Monotoniebereiche
- Skizze

a) $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ b) $f(x) = (e^x - 2)^2$

c) $f(x) = 3x \cdot e^{-3x^2}$

Lösungen zu den Testaufgaben 2

Aufgabe 1: Die Lösungsmenge der gegebenen Gleichung ist $L = \{-\frac{8}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{13}\}$.

Aufgabe 2: Die Rekursionsformel lautet: $a_{n+1} = 0,7a_n + 1$ (die geschlossene Formel wäre in diesem Fall: $a_n = (0,7)^n \cdot 5 + \frac{1-(0,7)^n}{0,3}$ mit $\lim_{n\to\infty} = \frac{10}{3}$).

Aufgabe 3: Es gilt $\lim_{x\to\infty} = \frac{2}{3}$.

Aufgabe 4: Mit $f'(x) = 3x^2 - 5$ für $x \geq 0$ bzw. $f'(x) = 3x^2 + 5$ für $x \leq 0$ gilt, daß an der Stelle $x_0 = \sqrt{\frac{5}{3}}$ ein lokales Minimum mit den Koordinaten $T_1(\sqrt{\frac{5}{3}} \mid -2,3)$ vorliegt. Da außerdem $f(-1) = -6 \leq f(\sqrt{\frac{5}{3}}$ und $f(3) = 14$ ist, liegt an der Stelle $x_1 = 3$ ein globales Maximum mit den Koordinaten $H(3 \mid 14)$ und an der Stelle $x_2 = -1$ ein globales Minimum mit den Koordinaten $T_2(-1 \mid -6)$ vor.