Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. S. Walcher
D.Dossing

6. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 5.12.2002, vor der Übung)

Hausaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{(2x-1)(x+2)}{x^2+1}$ für $x \in \mathbb{R}$.
a) Berechnen Sie den Grenzwert $a = \lim_{x\to\infty} f(x)$.
b) Bestimmen Sie eine Zahl $R \geq 0$ so, daß $\mid f(x) - a \mid \leq 10^{-2}$ für alle $x \geq R$ gilt.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie für folgende Funktionen f den maximalen Definitionsbereich, und berechnen Sie die Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches (auch $\pm\infty$); dabei ist $f(x) =$

a) $\frac{1-x}{1+x}$

b) $\frac{x-1}{(2x+1)^2}$

c) $\frac{x^2-1}{x-1}$

Aufgabe 3: Zeigen Sie, daß die Funktion f zu $f(x)$ an der Stelle x_0 stetig ist.

a) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}, x_0 = 1$

b) $f(x) = \frac{1}{x-4}, x_0 = 0$

Aufgabe 4: Gegeben sei die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$.
a) Begründen Sie, warum diese Reihe konvergiert.
b) Geben Sie einen Näherungswert an, so daß der Betrag des Fehlers kleiner als $\frac{1}{100}$ ist.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Bestimmen Sie für folgende Funktionen f den maximalen Definitionsbereich, und berechnen Sie die Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches (auch $\pm\infty$); dabei ist $f(x) =$

a) $\frac{x^3-1}{x^2-1}$

b) $\frac{x^3+125}{x^2-4x-5}$

Aufgabe 2: Zeigen Sie, daß die Funktion f zu $f(x)$ an der Stelle x_0 stetig ist.

a) $f(x) = 1 - x + x^2, x_0 = -1$

b) $f(x) = \frac{x^3-2x+5}{6x^4-2}, x_0 = 1$

Aufgabe 3: Gegeben sei die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \cdot n!}$.
a) Begründen Sie, warum diese Reihe konvergiert.
b) Geben Sie einen Näherungswert an, so daß der Betrag des Fehlers kleiner als $\frac{1}{100}$ ist.