LEHRSTUHL A FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. E. Görlich,
Dipl.-Math. T. Heck, I. Klöcker

Aachen, den 18. Oktober 2002

1. Übung zur Analysis III

Abgabe: Freitag, 25. Oktober 2002, bis 12.00 Uhr im Kasten vor Raum 155, Hauptgebäude

Termine der Vorlesungen und Übungen

Montag	14.00–15.30 Uhr	Hörsaal Fo 3	Übung
Dienstag	11.45–13.15 Uhr	Hörsaal II	Vorlesung
Freitag	10.00–11.30 Uhr	Hörsaal I	Vorlesung

Am kommenden Montag, dem 21. 10. 2002, findet anstelle der Übung eine Vorlesung statt.
Am Montag, dem 4. 11. 2002, findet anstelle der Übung eine Vorlesung statt. Sie ersetzt die Vorlesung am 5. 11. 2002, die wegen des Dies (Fachschaftsvollversammlung) ausfällt. Die Übung vom 4. 11. 2002 wird auf Mittwoch, den 6. 11. 2002, 15.45–17.15 Uhr im Hörsaal R5 verlegt.

Termine der Diskussionsstunden

Zeit		Raum	Hilfskraft
Dienstag	15.45–17.15 Uhr	H 212	Michael Hentschel
Mittwoch	15.45–17.15 Uhr	Be 211	Norbert Franken
Donnerstag	15.45–17.15 Uhr	VT	Marc Ensenbach

Die Diskussionsstunden beginnen in der zweiten Vorlesungswoche.

Informationen zum Übungsbetrieb

Jeweils freitags wird in der Vorlesung ein Übungsblatt ausgegeben. Die Übungen können in Zweiergruppen bearbeitet werden. Die bearbeiteten Lösungen sind jeweils bis zum auf dem Übungsblatt angegebenen Zeitpunkt in den Kasten vor dem Sekretariat des Lehrstuhls, Raum 155, Hauptgebäude einzuwerfen – versehen mit Namen und Matrikelnummer(n). Die korrigierten Lösungen werden in der Übung am darauf folgenden Montag zurückgegeben. In der Übung wird eine Lösung der Aufgaben vorgestellt. Die Übungsblätter sind auch im Internet erhältlich (`http://www.mathA.rwth-aachen.de/lehre/WS02/Ana3`).
Um einen Übungsschein in Analysis III zu erwerben, müssen Sie in den Übungen mindestens ein Drittel der erreichbaren Punkte erzielen. Außerdem müssen Sie zwei von drei Klausuren bestehen.
Die 1. Klausur findet am Freitag, dem 20. 12. 2002, um 14.30 Uhr im Hörsaal Fo 1 statt. Die 2. Klausur wird am Ende der Vorlesungszeit und die 3. Klausur am Ende der vorlesungsfreien Zeit stattfinden.
Zur Teilnahme an den Klausuren ist eine Anmeldung erforderlich. Sie können sich entweder über das campusOffice-System oder durch Eintragen in die im Sekretariat ausliegenden Liste anmelden. Derzeit ist nur eine Anmeldung zur 1. Klausur möglich.

Sprechstunden

Für Fragen und Probleme rund um die Vorlesung stehen zur Verfügung:

	Sprechstunde	Ort, E-Mail
Prof. Dr. E. Görlich	Di, 16.00–17.00 Uhr	Raum 38
	sowie nach Vereinbarung	Institut für Elektr. Maschinen, Schinkelstr. 4
		goerlich@mathA.rwth-aachen.de
Ingo Klöcker	Di, 15.30–16.30 Uhr	Raum 245, Hauptgebäude
	sowie nach Vereinbarung	ingo.kloecker@mathA.rwth-aachen.de
Thorsten Heck	Fr, 14.00–15.00 Uhr	Raum 157, Hauptgebäude
	sowie nach Vereinbarung	thorsten.heck@mathA.rwth-aachen.de

Aufgabe 1 (2+3+2+3 Punkte) Lösen Sie die folgenden Differential- und Integralgleichungen und das Anfangswertproblem und geben Sie jeweils das maximale Lösungsintervall an:

a) $y' = \frac{1}{1+x^2} e^y, \quad y(1) = 1,$

b) $x(y^2-1) + y(x^2-1)y' = 0,$

c) $y(x) = 4 + \int_1^x \frac{t}{1+t^2} y(t)\, dt,$

d) $y' + y \sin x = \sin^3 x.$

Aufgabe 2 (5 Punkte) Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems für $x, y \in \mathbb{R}_+^*$:

$$xy' + \log(x^y) - \log(y^y) - y = 0, \qquad y(1) = 2.$$

Aufgabe 3 (5+2 Punkte)

a) Sei $\omega \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass das Anfangswertproblem

$$y'' = -\omega^2 y, \quad y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y_1,$$

genau eine Lösung besitzt. Bestimmen Sie diese Lösung in Abhängigkeit von den Anfangswerten.
Hinweis: Differenzieren Sie zum Beweis der Eindeutigkeit den Term $\omega^2 y^2 + (y')^2$.

b) Die Differentialgleichung aus a) heißt in der Physik die Gleichung des harmonischen Oszillators und die Lösung beschreibt die Bewegung eines Massepunktes an einer Feder in horizontaler Lage. Welche physikalische Bedeutung haben x, $y(x)$ und $y'(x)$?

Aufgabe 4 (4+4 Punkte) (Bernoullische Differentialgleichung)

a) Seien $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall, $a, b : I \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen und $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$. Eine (nichtlineare) Differentialgleichung mit Definitionsbereich $I \times D$, $D \subset \mathbb{R}_+^*$, der Form

$$y' + a(x)y + b(x)y^\alpha = 0$$

heißt *Bernoullische Differentialgleichung*. Zeigen Sie, dass sich jede Bernoullische Differentialgleichung durch die Substitution $z = y^{1-\alpha}$ auf eine lineare Differentialgleichung für $z = z(x)$ zurückführen lässt.

b) Lösen Sie mit der in a) beschriebenen Methode die Differentialgleichung

$$y' - \frac{1}{2}x^2 y + \frac{1}{2}x^2 e^{-\frac{x^3}{3}} y^3 = 0.$$

Ergänzende Literatur zum Thema *Gewöhnliche Differentialgleichungen*:

PERYERIMHOFF: *Gewöhnliche Differentialgleichungen I, II* (1970)
W. WALTER: *Gewöhnliche Differentialgleichungen* (1972)
ENDL-LUH: *Analysis III* (ab Kapitel 8)
MEYBERG–VACHENAUER: *Höhere Mathematik 2* (Kapitel 9–11)