LEHRSTUHL A FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. A. Krieg, A. Marschner

Aachen, den 2. November 2001

4. Übung zur Höheren Funktionentheorie

Abgabe: Freitag, 09.11.2001, bis 12.00 Uhr

Aufgabe 1 (**Schwarzsches Lemma II**)(5 Punkte):
Man beweise folgende Verschärfung des SCHWARZschen Lemmas:
Ist $f : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ holomorph und hat f in Null eine Nullstelle der Ordnung $n \in \mathbb{N}$, so gilt:

$$|f(z)| \leq |z|^n \text{ für alle } z \in \mathbb{E} \quad \text{und} \quad |f^{(n)}(0)| \leq n!.$$

Gibt es einen Punkt $c \in \mathbb{E} \setminus \{0\}$ mit $|f(c)| = |c|^n$ oder gilt $|f^{(n)}(0)| = n!$, so bestimme man f (ähnlich wie im SCHWARZschen Lemma) möglichst explizit.

Aufgabe 2 (**Automorphismen II**)(9 Punkte):
Man bestimme die Automorphismengruppe $\mathrm{Aut}(G)$ für folgende Gebiete:

a)
$$G_1 = \{z \in \mathbb{C}; \mathrm{Re}(z) > 0, \mathrm{Im}(z) > 0\},$$

b)
$$G_2 = \{z \in \mathbb{C}; |z| < 1, \mathrm{Im}(z) > 0\},$$

c)
$$G_3 = \{z \in \mathbb{C}; |z| > 1, \mathrm{Im}(z) > 0\},$$

d*)
$$G_4 = \{z \in \mathbb{C}; z = re^{i\phi}, r > 0, 0 < \phi < \phi_0\} \text{ für } 0 < \phi_0 < 2\pi.$$

Damit bestimme man die Automorphismengruppe für das Gebiet in Übung 2 Aufgabe 2d).