LEHRSTUHL A FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. E. Görlich,
Dipl.-Math. T. Heck, I. Klöcker

Aachen, den 8. Mai 2002

4. Übung zur Analysis II

Abgabe: Freitag, 17. Mai 2002, bis 13:30 Uhr im Kasten vor Raum 155, Hauptgebäude

Aufgabe 1 (2+1+1 Punkte) Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int \frac{1}{(x-a)^n}\,dx, \quad n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R}$

b) $\int \frac{1}{x^2-1}\,dx$

c) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$ und $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$

Aufgabe 2 (3+4 Punkte) Bestimmen Sie mittels Partialbruchzerlegung:

a) $\int \frac{x+1}{x^3-2x^2+x}\,dx$

b) $\int \frac{x+2}{x^5-x^4+2x^3-2x^2+x-1}\,dx$

Aufgabe 3 (2+3+1+3 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_0^x \operatorname{artanh}(t)\,dt, \quad x > 0$

b) $\int_1^{64} \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}\,dx$

c) $\int_{-1}^{1} \frac{\sin^3 x}{4+\cos^4 x}\,dx$

d) $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$

Aufgabe 4 (3+1 Punkte) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

a) Ist f uneigentlich RIEMANN-integrierbar, so gilt

$$\lim_{a\to\infty} \int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx.$$

b) Aus der Existenz des Limes

$$\lim_{a\to\infty} \int_{-a}^{a} f(x)\,dx$$

folgt nicht, dass f uneigentlich RIEMANN-integrierbar ist.

Aufgabe 5 (2+2 Punkte)

a) Bestimmen Sie alle $\alpha \in \mathbb{R}$, für die das uneigentliche Integral $\int_1^\infty x^\alpha e^{-x}\,dx$ existiert.

b) Bestimmen Sie alle $\alpha \in \mathbb{R}$, für die das uneigentliche Integral $\int_2^\infty \frac{1}{x(\log x)^\alpha}\,dx$ existiert.